1. Adott az n dimenziós vektorok sorozata és a d vektor. Határozzuk meg az egyes vektorok és a d vektor különbségvektorait.

2. Igaz-e?
$\frac{A=B\wedge C, B\rhd_S R}{A\rhd_S R}$

3. Ismerjük havi számlaegyenlegeinket és a napi pénzmozgásokat az elmúlt 3 hónapban. Határozzuk meg, hogy volt-e a napi egyenlegünk ezen időszak bármely napján negatív?

4. Igaz-e?
$\frac{P\rhd_{S_1} Q, Q, P\in inv_{S_2}(Q)}{P\wedge Q stabil_{S_1\cup S_2}}$

5. Igaz-e?
$\frac{P\Rightarrow Q,\ Q\rhd_{S_1} R, R\ stabil_{S_2}}{P\rhd_{S_1\cup S_2} R}$

6. Az x csatornán pozitív egész számok érkeznek. Számoljuk ki ezeknek a számoknak a d számmal vett legkisebb közös többszörösét, és ezeket írjuk ki az y csatornára. Adottak a d szám prímtényezői, összesen n darab. (A prímek annyiszor számítanak bele n-be, ahányszor előfordulnak d prímtényezős felbontásában.) Az x csatornára érkező számok sokkal nagyobb, mint n.

7. Megnéztük 2000. jan. 1-jén délben a gázóra állását. Adott egy 365 hosszú sorozat, amely megadja, hogy az év során melyik nap hány köbméter gáz fogyott. Adjuk meg, hogy az egyes hónapok első napjain mennyi volt a mérőóra állása!

8. Lássuk be, hogy a program rendelkezik az alábbi tulajdonságokkal, és javítsuk ki az esetleg hibákat!

   $Ch = Sor(\mathbb{Z})$

   $A = \underset{x}{Ch} \times \underset{\bar{x}}{Ch} \times \underset{y}{Ch} \times \underset{\bar{y}}{Ch} \times \underset{n}{\mathbb{Z}} \quad B = \underset{x'}{Ch} \times \underset{\bar{x}'}{Ch} \times \underset{y'}{Ch} \times \underset{\bar{y}'}{Ch}$

   $(\forall i \in \bar{y}.range : \bar{y}_i = 2 * i) \in inv_S(n = 2)$.
   $\varphi_s \Rightarrow x \neq <> \vee y = <>$.

   $S : (y := <>$
   $\{$
   $y, n := hiext(y, n), n + 2$, ha $x = <>$
   $\})$.

9. $Ch = channel(\mathbb{N})$

   $A = \underset{x}{Ch} \times \underset{\bar{x}}{Ch} \times \underset{y}{Ch} \times \underset{\bar{y}}{Ch}$

   $s_0 :\ y := y.hiext(0)$
   $S : \{x, y := x.lorem, y.hiext(x.lov)$, ha $x \neq <> \wedge x.lov > y.hiv$
   $\square\ \ x := x.lorem$, ha $x = <> \wedge x.lov \leq y.hiv$
   $\}$

   Bizonyítsd be a köv. állításokat!

   - $\varphi_S \Rightarrow (x \neq <> \rightarrow (\bar{y}$ szig.mon. növekvő$))$
   - $(y \neq <>) \in inv_S(y = \bar{y} = <>)$
   - $(y \neq <> \wedge |x| = k > 0) \hookrightarrow_S |x| < k$

10. Igaz-e?

    $\frac{P \mapsto_{S_1} Q,\ Q \mapsto_{S_1} R,\ P stabil_{S_2}}{P \rhd_{S_1 \cup S_2} R}$

11. Igaz-e?

    $\frac{P \hookrightarrow_{S_1} Q,\ P \hookrightarrow_{S_2} R,\ P stabil_{S_2},\ Q \rhd_{S_1} R}{P \hookrightarrow_{S_1 \cup S_2} R}$

12. $A = \underset{v}{V} \times \underset{x}{Ch} \times \underset{\bar{x}}{Ch} \quad B = \underset{x'}{Ch}$
    $V = vector([1..n], \mathbb{N})\ Ch = seq(\mathbb{N})$

    $Q_1 = (x = \bar{x} = x') \quad Q_2 = (\forall i \in [lob(x')..hib(x')] : x'_i \in [1..n])$

    Megfelel-e az alábbi S program a $Q_1, Q_2 \in INIT_h$ előfeltételek mellett az $(x = <>) \in FP_h$ specifikációs kikötésnek? (Megj.: az x csatornára nem érkeznek újabb adatok.)

    $S = (||_{i=1}^{n} v_i := 0, \{\square_{i=1}^{n} x, v_i := lorem(x), v_i + 1$, ha $x \neq <> \wedge lov(x) = i\})$

13. Lássuk be, hogy a program megfelel az alábbi specifikációnak, és javítsuk ki az esetleges hibákat!

    $Ch = Sor(\mathbb{Z})$

    $A = \underset{x}{Ch} \times \underset{\bar{x}}{Ch} \times \underset{y}{Ch} \times \underset{\bar{y}}{Ch} \times \underset{n}{\mathbb{Z}}$
    $B = \underset{x'}{Ch} \times \underset{\bar{x}'}{Ch} \times \underset{y'}{Ch} \times \underset{\bar{y}'}{Ch}$

    $Q = (x = x' = \bar{x} = \bar{x}' = \ll\gg) \in INIT_{h'}$
    $Q \in inv_{h'}(Q)$
    $\forall k \in \mathbb{N} : x = <> \wedge |\bar{y}| = k \hookrightarrow_{h'} |\bar{y}| > k$

$S : (y :=<>$
$\{$
$y, n := hiext(y, n), n + 2$, ha $x =<>$
$\}$)

14. Bizonyítsa be, hogy az adott program megoldja a felírt feladatot. Ellenkező esetben módosítsa úgy a programot, hogy az megoldja a feladatot!

$Ch = seq(\mathbb{Z})$
$A = \underset{x}{Ch} \times \underset{\bar{x}}{Ch} \times \underset{y}{Ch} \times \underset{\bar{y}}{Ch} \times \underset{p}{Ch} \times \underset{\bar{p}}{Ch} \times \underset{q}{Ch} \times \underset{\bar{q}}{Ch}$
$B = A$

- $Q = (x = \bar{x} = \bar{x}' = x' = \ldots = q = \bar{q} = \bar{q}' = q' =<>)$
- $split(\bar{x} - x, \bar{q}, <>) \in inv_h$
- $split(\bar{y} - y, <>, \bar{p}) \in inv_h$
- $(|\bar{x}| \geq k \hookrightarrow |\bar{q}| \geq k)$ és $(|\bar{y}| \geq k \hookrightarrow |\bar{p}| \geq k)$

A program:
$s_0 : SKIP$
$\{\Box p, y := hiext(p, y.lov), lorem(y)$, ha $y \neq<>$
$\Box q, x := hiext(q, x.lov), lorem(x)$, ha $x \neq<>$
$\}$