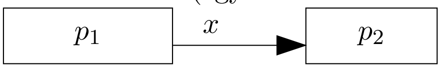
Adatcsatorna

Uzonyi Levente gyakorlatai és Durányik Ádám vázlata alapján Pataki Norbert

1. Csatornaváltozók

x csatornaváltozó (egy sorként működik)



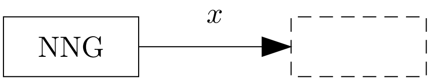
Az x változón értelmezett műveletek:

- $x :=<>$
- $x := lorem(x)$
- $x := hiext(x, e)$
- $x.dom =: |x|$
- $x.lov$

Az x csatornaváltozónak a története: $\bar{x}$. Ezt csak a specifikáció és a verifikáció során használjuk.
$lf(x :=<>, R) = R^{x \leftarrow <>, \bar{x} \leftarrow <>}$
$lf(x := lorem(x), R) = R^{x \leftarrow lorem(x)}$
$lf(x := hiext(x, e), R) = R^{x \leftarrow x;e, \bar{x} \leftarrow \bar{x};e}$

2. NNG (Natural Number Generator)

Az NNG természetes számokat generál, és az x nevű csatornára kell kitennie őket. Kezdetben $\bar{x}$ üres.



$Ch := seq(\mathbb{N})$
$A = \underset{x}{Ch} \times \underset{\bar{x}}{Ch}$
$B = \underset{x'}{Ch} \times \underset{\bar{x}'}{Ch}$

1. $Q : (x = x' = \bar{x} = \bar{x}' =<>) \in INIT_{x', \bar{x}'}$
2. $P : (\exists i : i > 0 : \bar{x} \leq < 1, \ldots, i >) \in inv_{x', \bar{x}'}$, ahol $\leq$:prefixe

3. $\forall k \in \mathbb{N}_0 : |\bar{x}| = k \hookrightarrow_{x',\bar{x}'} |\bar{x}| = k + 1$

Finomítsuk a specifikációt!

$A = \underset{x}{Ch} \times \underset{\bar{x}}{Ch} \times \underset{i}{\mathbb{N}_0}$

$B = \underset{x'}{Ch} \times \underset{\bar{x}'}{Ch}$

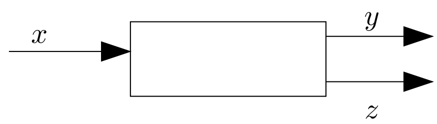
2. $P : ((i > 0 \to \bar{x} =< 1, \dots, i >) \land (i = 0 \to \bar{x} =<>)) \in inv_{x',\bar{x}'}$.

1. és 3. ugyanaz, mint fent.

A megoldóprogram: $S = (i := 0, \{i, x := i + 1, hiext(x, i + 1)\})$.

3. Elágazás (Fork)

Az x csatornáról a Fork az adatokat az y és a z csatornára adja ki.



A feladat specifikációjában használni fogjuk a *split* függvényt. Ennek definíciója:

$split : Ch \times Ch \times Ch \mapsto \mathbb{L}$

1. $split(<>, <>, <>) =$igaz

2. $split(a, b, c) \to split(a; x, b; x, c) \land split(a; x, b, c; x)$

3. a legszűkebb ilyen függvény

Megj.:

- a *split* függvény jól definiált, ugyanis két olyan függvény, ami teljesíti 1-et és 2-öt, azoknak a konjunkciója is teljesíti 1-et és 2-öt. (Vesd össze pl. INV_S definíciójával.)
- Ha $f(<>, <>, <>) =$igaz és $f(a, b, c) \to f(a; x, b; x, c) \land f(a; x, b, c; x)$ $\Longrightarrow \lceil split \rceil \subseteq \lceil f \rceil$

A feladat specifikációja:

1. $Q = (x = x' = \bar{x} = \bar{x}' = y = y' = \bar{y} = \bar{y}' = z = z' = \bar{z} = \bar{z}' =<>) \in INIT_h$

2. $P = split(\bar{x} - x, \bar{y}, \bar{z}) =$ igaz $\in inv_h$

3. $\forall k \in \mathbb{N}_0 : |\bar{x}| = k \hookrightarrow_h |\bar{y}| + |\bar{z}| \geq k$

, ahol $h = x', \bar{x}', y', \bar{y}', z', \bar{z}'$.

$$S := (SKIP, \{x, y := lorem(x), hiext(y, x.lov), \text{ ha } x \neq <>$$
$$\Box x, z := lorem(x), hiext(z, x.lov), \text{ ha } x \neq <> \}\ )$$

4. Multiplexer

Az x és az y csatornákról bejövő adatokat a z-re kell továbbítani anélkül, hogy adat veszne el, vagy új adatokat generálnánk.

A feladat specifikációja:

$A = \underset{x}{Ch} \times \underset{\bar{x}}{Ch} \times \underset{y}{Ch} \times \underset{\bar{y}}{Ch} \times \underset{z}{Ch} \times \underset{\bar{z}}{Ch}$

$B = \underset{x'}{Ch} \times \underset{\bar{x}'}{Ch} \times \underset{y'}{Ch} \times \underset{\bar{y}'}{Ch} \times \underset{z'}{Ch} \times \underset{\bar{z}'}{Ch}$

1. $Q = (x = x' = \bar{x} = \bar{x}' = y = y' = \bar{y} = \bar{y}' = z = z' = \bar{z} = \bar{z}' =<>) \in INIT_h$

2. $P = split(\bar{z}, \bar{x} - x, \bar{y} - y) =$ igaz $\in inv_h$

3. $\forall k, l \in \mathbb{N} : |\bar{x}| \geq k \hookrightarrow_h |\bar{x} - x| \geq k$,
   $|\bar{y}| \geq l \hookrightarrow_h |\bar{y} - y| \geq l$

, ahol $h = x', \bar{x}', y', \bar{y}', z', \bar{z}'$.

$$S := (SKIP, \{x, z := lorem(x), hiext(z, x.lov), \text{ ha } x \neq <>$$
$$\square y, z := lorem(y), hiext(z, y.lov), \text{ ha } y \neq <>\}\ )$$

5. Adatcsatorna tétel

6. Feladatok

1. $A = \underset{v}{V} \times \underset{x}{Ch} \times \underset{\bar{x}}{Ch} \quad B = \underset{x'}{Ch}$
   $V = vector([1..n], \mathbb{N})\ Ch = seq(\mathbb{N})$

   $Q_1 = (x = \bar{x} = x') \quad Q_2 = (\forall i \in [lob(x')..hib(x')] : x'_i \in [1..n])$

   Megfelel-e az alábbi S program a $Q_1, Q_2 \in INIT_h$ előfeltételek mellett az $(x =<>) \in FP_h$ specifikációs kikötésnek? (Megj.: az x csatornára nem érkeznek újabb adatok.)

   $S = (||_{i=1}^{n} v_i := 0, \{\square_{i=1}^{n} x, v_i := lorem(x), v_i + 1, \text{ ha } x \neq <> \wedge lov(x) = i\})$

2. $Ch = channel(\mathbb{N})$

   $A = \underset{x}{Ch} \times \underset{\bar{x}}{Ch} \times \underset{y}{Ch} \times \underset{\bar{y}}{Ch}$

   $s_0 :\ y := y.hiext(0)$
   $S : \{x, y := x.lorem, y.hiext(x.lov), \text{ ha } x \neq <> \wedge x.lov > y.hiv$

$\square\ x := x.lorem$, ha $x =<> \wedge x.lov \leq y.hiv$
}

Bizonyítsd be a köv. állításokat!

- $\varphi_S \Rightarrow (x \neq <> \rightarrow (\bar{y}$ szig.mon. növekvő$))$
- $(y \neq <>) \in inv_S(y = \bar{y} = <>)$
- $(y \neq <> \wedge |x| = k > 0) \hookrightarrow_S |x| < k$

3. Lássuk be, hogy a program rendelkezik az alábbi tulajdonságokkal, és javítsuk ki az esetleg hibákat!

   $Ch = Sor(\mathbb{Z})$

   $A = \underset{x}{Ch} \times \underset{\bar{x}}{Ch} \times \underset{y}{Ch} \times \underset{\bar{y}}{Ch} \times \underset{n}{\mathbb{Z}} \quad B = \underset{x'}{Ch} \times \underset{\bar{x}'}{Ch} \times \underset{y'}{Ch} \times \underset{\bar{y}'}{Ch}$

   $(\forall i \in \bar{y}.range : \bar{y}_i = 2 * i) \in inv_S(n = 2)$.
   $\varphi_s \Rightarrow x \neq <> \vee y = <>$.

   $S : (y := <>$
   {
   $y, n := hiext(y, n), n + 2$, ha $x = <>$
   }).

4. Adott az n dimenziós vektorok sorozata és a d vektor. Határozzuk meg az egyes vektorok és a d vektor különbségvektorait.

5. Megnéztük 2000. jan. 1-jén délben a gázóra állását. Adott egy 365 hosszú sorozat, amely megadja, hogy az év során melyik nap hány köbméter gáz fogyott. Adjuk meg, hogy az egyes hónapok első napjain mennyi volt a mérőóra állása!

6. Az x csatornán pozitív egész számok érkeznek. Számoljuk ki ezeknek a számoknak a d számmal vett legkisebb közös többszörösét, és ezeket írjuk ki az y csatornára. Adottak a d szám prímtényezői, összesen n darab. (A prímek annyiszor számítanak bele n-be, ahányszor előfordulnak d prímtényezős felbontásában.) Az x csatornára érkező számok sokkal nagyobb, mint n.

7. Ismerjük havi számlaegyenlegeinket és a napi pénzmozgásokat az elmúlt 3 hónapban. Határozzuk meg, hogy volt-e a napi egyenlegünk ezen időszak bármely napján negatív?

8. Lássuk be, hogy a program megfelel az alábbi specifikációnak, és javítsuk ki az esetleges hibákat!

   $Ch = Sor(\mathbb{Z})$

$A = \underset{x}{Ch} \times \underset{\bar{x}}{Ch} \times \underset{y}{Ch} \times \underset{\bar{y}}{Ch} \times \underset{n}{\mathbb{Z}}$
$B = \underset{x'}{Ch} \times \underset{\bar{x}'}{Ch} \times \underset{y'}{Ch} \times \underset{\bar{y}'}{Ch}$

$Q = (x = x' = \bar{x} = \bar{x}' = \ll\gg) \in INIT_{h'}$
$Q \in inv_{h'}(Q)$
$\forall k \in \mathbb{N} : x =<> \wedge |\bar{y}| = k \hookrightarrow_{h'} |\bar{y}| > k$

$S : (y :=<>$
$\{$
$y, n := hiext(y, n), n + 2$, ha $x =<>$
$\}\ )$

9. Bizonyítsa be, hogy az adott program megoldja a felírt feladatot. Ellenkező esetben módosítsa úgy a programot, hogy az megoldja a feladatot!

$Ch = seq(\mathbb{Z})$
$A = \underset{x}{Ch} \times \underset{\bar{x}}{Ch} \times \underset{y}{Ch} \times \underset{\bar{y}}{Ch} \times \underset{p}{Ch} \times \underset{\bar{p}}{Ch} \times \underset{q}{Ch} \times \underset{\bar{q}}{Ch}$
$B = A$

- $Q = (x = \bar{x} = \bar{x}' = x' = \ldots = q = \bar{q} = \bar{q}' = q' =<>)$
- $split(\bar{x} - x, \bar{q}, <>) \in inv_h$
- $split(\bar{y} - y, <>, \bar{p}) \in inv_h$
- $(|\bar{x}| \geq k \hookrightarrow |\bar{q}| \geq k)$ és $(|\bar{y}| \geq k \hookrightarrow |\bar{p}| \geq k)$

A program:
$s_0 : SKIP$
$\{\Box p, y := hiext(p, y.lov), lorem(y)$, ha $y \neq<>$
$\Box q, x := hiext(q, x.lov), lorem(x)$, ha $x \neq<>$
$\}$